GRADIENTE

La laplaciana es un buen filtro paso alto, pero no es una buena herramienta para resaltar o detectar los bordes. En muchos casos, los bordes o límites de las figuras o de las regiones aparecen como mínimo como un salto de brillo y algunas veces por extensión sobre muchos pixeles. La laplaciana da una mayor respuesta sobre una línea que sobre un salto, y un punto sobre una línea. En una imagen que contiene ruido, que típicamente se presenta como puntos variando en brillo debido a cuentas estadísticas, características del detector, etc. La laplaciana nos mostrará a los puntos mucho más fuertes que los bordes o límites que son de interés.

Otro camino de localizar límites es en la utilización de la primera derivada en dos o más direcciones. Será de gran ayuda la derivada primera en una dimensión. Algunas imágenes son esencialmente unidimensionales, como las preparaciones de cromatografía en la cual las proteínas son diseminadas a través de barras en un campo eléctrico u otros ejemplos. Aplicando una derivada primera en la imagen, en la dirección de la variación más importante, demarcará los bordes y realzará la visibilidad de saltos pequeños y otros detalles.

Si nos damos cuenta, para una imagen con pixeles finitos digitalizados, una derivada continua no puede ser desarrollada. A pesar de esto, la diferencia de valor entre pixeles adyacentes puede ser calculada como una derivada finita. Esta diferencia puede ser algún ruido, pero promediando en la dirección perpendicular a la derivada se puede suavizar el resultado.

Una imagen derivada con apariencia suavizada puede ser producida con unos pocos pasos aplicando un kernel asimétrico. Considerando un conjunto de kernels indicado abajo. Hay 8 posibles rotaciones de orientación de este kernel sobre el centro.

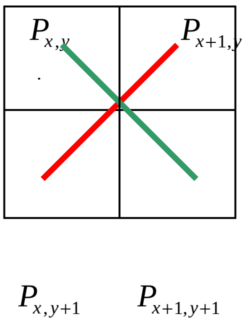
1	0	-1		2	1	0		1	2	1
2	0	-2		1	0	-1		0	0	0
1	0	-1		0	-1	-2		-1	-2	-1

Una mejora vendría de promediar todos los pixeles adyacentes en cada columna vertical antes de tomar la diferencia; esto reduciría el ruido en la imagen. Una segunda forma, es que esos kernels tengan 3 pixeles de ancho y por tanto reemplacen el pixel central con el valor de la diferencia. La substracción simple descrita anteriormente causa un medio pixel intercalado en la imagen está ausente con este kernel. Finalmente, el método mostrado aquí es más rápido, ya que sólo requiere un simple paso a través de la imagen.

Obviamente, otros valores de kernel pueden ser utilizados para producir derivadas. A medida que el tamaño del kernel se incrementa, más direcciones diferentes son posibles. Dado que es fundamentalmente una derivada unidimensional, es posible utilizar directamente los coeficientes de Savitsky y Golay, las cuales fueron originariamente publicados para uso de datos unidimensionales en espectrogramas. Esos coeficientes, como las ponderaciones de suavizados, son equivalentes a las últimas esquinas sobre un polinomio de gran orden. En este caso, la primera derivada del polinomio es evaluada en el punto central.

Usar derivadas unidimensionales para extraer datos unidimensionales de imágenes bidimensionales es relativamente inusual y requiere operaciones especiales. Sin embargo, extendiendo los mismos principios a la localización de bordes con orientaciones arbitrarias en imágenes de dos dimensiones, es uno de los caminos más comunes de todas las operaciones de realzado en imágenes. El problema, claro está, es encontrar un método que sea insensible la orientación (local) de los límites.

Uno de los primeros acercamientos a esta tarea fue el *Operador Cruzado de Roberts* (Roberts, 1965). Utiliza la misma técnica de diferencia mostrada anteriormente para el caso unidimensional, pero con dos pixeles de diferencia en los ángulos derechos de cada lado, como se ve en la siguiente figura.



$$D_2 = P_{x,y+1} - P_{x+1,y}$$

$$D_1 = P_{x+1,y} - P_{x,y}$$

$$RESULTADO = \sqrt{D_1^2 + D_2^2}$$

Diagrama del Operador Cruzado de Roberts.
Dos diferencias en las direcciones en los ángulos derechos de cada uno son combinados para determinar la gradiente.

Esas dos diferencias representan una aproximación finita a la derivada del brillo. Una derivada bidireccional puede ser combinada para obtener una magnitud de valor que sea insensible a la orientación de los bordes por cuadratura, suma, y tomar la raíz cuadrada del total.

Este método tiene los mismos problemas que el método de diferencias utilizado en una dimensión. El ruido en la imagen es agrandado por la diferencia de pixeles simples, y el resultado es intercalado por un pixel y medio sobre un pixel tanto en las direcciones x e y. Además, el resultado, puede no ser invariante con respecto a la orientación de los límites. Debido a esto, los ordenadores que usaban este modelo, no eran rápidos y tenían que ser equipados con procesadores separados de coma de punto flotante. Esto hizo que la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados fuera impracticable de calcular. Dos alternativas, fueron usadas: añadir el valor absoluto de las diferencias en la dirección, o comparando los valores absolutos de las diferencias y guardar el mayor. Ambos métodos hicieron que el resultado fuera sensitivo a la dirección. Además, cada vez que el método de la raíz cuadrada es usado, la magnitud del resultado variará debido a que el espaciado entre pixeles no es el mismo en todas las direcciones, y los límites en las direcciones verticales y horizontales extiendan el cambio de brillo sobre más pixeles que límites en la dirección diagonal.

Normalmente, se utiliza la raíz cuadrada de la suma de las diferencias de cuadrados. Debido a esto, las imágenes son caracterizadas variando la sensibilidad con respecto la orientación de los límites, sobre todo para señales de alto nivel de ruido.

Su función, al ser un Filtro Paso Alto es la detección de bordes. Un borde en un segmento de borde de dominio continuo *f[m,n]* puede ser detectado mediante la formación de una gradiente unidimensional *g[m,n]* a través de una línea normal en un borde, la cual está a un ángulo θ con respecto al eje horizontal. Si la gradiente es suficientemente grande, por ejemplo, sobre algún valor de umbral, un borde es considera presente. La gradiente a través de la línea normal al borde ascendente puede ser computerizada desde el punto de vista de la derivada a través de los ejes ortogonales según la siguiente ecuación

$$g[m,n] = \frac{\partial f[m,n]}{\partial m}\cos\theta + \frac{\partial f[m,n]}{\partial n}\cos\theta$$

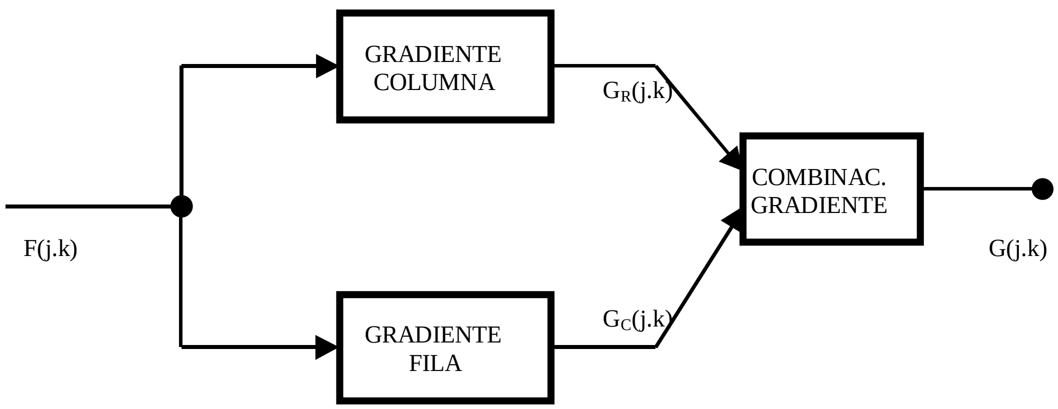
La anterior fórmula describe la generación de un borde gradiente *G[m,n]* en el dominio discreto en términos de una gradiente de bordes en filas $G_R(j,k)$ y una gradiente en columnas $G_C(j,k)$. La amplitud de la gradiente local viene dada por

$$G\left(j,k\right) = \sqrt{G_R(j,k)^2 + G_C(j,k)^2}$$

Para obtener una mejor eficiencia computacional, la amplitud de la gradiente se aproxima normalmente a la magnitud combinada

$$G\left(j,k\right) = \left|G_R(j,k)\right| + \left|G_C(j,k)\right|$$

El diagrama de bloques, sería el siguiente:



La orientación de la gradiente local con respecto al eje de columnas es

$$\theta\left(j,k\right)=\tan^{-1}\left(\frac{G_C(j,k)}{G_R(j,k)}\right)$$

En lo referente al diseño de máscaras utilizando el concepto de gradiente, se ha llegado a un acuerdo prácticamente unánime en una mascara estándar, que tiene la forma

A_0	A_1	A_2
A_7	*F[m,n]*	A_3
A_6	A_5	A_4

con

$$G\left(j,k\right)=\sqrt{G_R(j,k)^2+G_C(j,k)^2}$$

donde

$$G_R\left(j,k\right)=\frac{1}{K+2}\left[\left(A_2+KA_3+A_4\right)-\left(A_0+KA_7+A_6\right)\right]$$

$$G_C\left(j,k\right)=\frac{1}{K+2}\left[\left(A_0+KA_1+A_2\right)-\left(A_6+KA_5+A_4\right)\right]$$

siendo K un valor arbitrario. Para la mascara de Sobel, $K = 2$, para la máscara de Prewitt $K = 1$ y para la máscara de Frei and Chen $K = \sqrt{2}$, es decir, las máscaras quedarían de la forma:

<u>MÁSCARA DE SOBEL</u>

<u>Gradiente por columnas</u>

$$\frac{1}{4}\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

<u>Gradiente por filas</u>

$$\frac{1}{4}\begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

<u>MÁSCARA DE PREWITT</u>

<u>Gradiente por columnas</u>

$$\frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

<u>Gradiente por filas</u>

$$\frac{1}{3}\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

<u>MÁSCARA DE FREI-CHEN</u>

<u>Gradiente por columnas</u>

$$\frac{1}{2+\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ \sqrt{2} & 0 & -\sqrt{2} \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

<u>Gradiente por filas</u>

$$\frac{1}{2+\sqrt{2}}\begin{bmatrix} -1 & -\sqrt{2} & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & \sqrt{2} & 1 \end{bmatrix}$$

Si nos fijamos bien, la relación entre la gradiente por columnas y filas, viene dada por:

$$G_R = \left(-G_C\right)^T$$

es decir, la gradiente por filas es igual a la traspuesta de la gradiente por columnas con el signo cambiado (multiplicada por –1) y esta importante propiedad se ha utilizado en el código del programa.

Como indicábamos más arriba, otro importante máscara es el operador de Roberts que viene dado mediante la siguiente norma:

$$|G| = \left| f[m,n] - f[m+1,n+1] \right| + \left| f[m+1,n] - f[m,n+1] \right|$$

que adecuándolo a una máscara 3 x 3, se quedaría de la forma siguiente:

<u>OPERADOR DE ROBERTS</u>

<u>Gradiente por columnas</u>

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

<u>Gradiente por filas</u>

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

También se pueden desarrollar gradientes de mayor grado, como por ejemplo el siguiente de 5 x 5 (que usaremos para una visualización de imágenes).

GRADIENTE 5 X 5

Gradiente por columnas

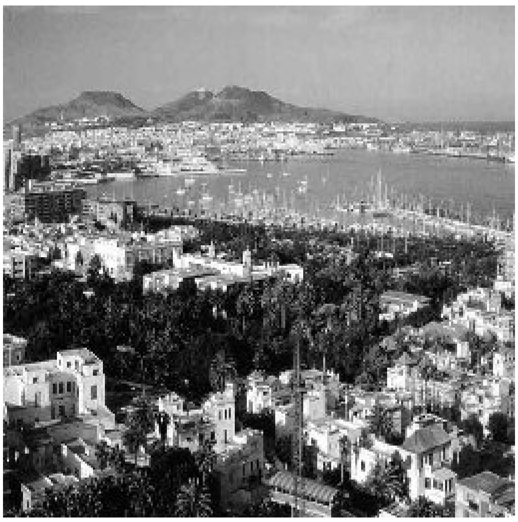
$$\frac{1}{4}\begin{bmatrix} -1/4 & -1/3 & 0 & 1/3 & 1/4 \\ -1/3 & -1/2 & 0 & 1/2 & 1/3 \\ -1/2 & -1 & 0 & 1 & 1/2 \\ -1/3 & -1/2 & 0 & 1/2 & 1/3 \\ -1/4 & -1/3 & 0 & 1/3 & 1/4 \end{bmatrix}$$

Gradiente por filas

$$\frac{1}{4}\begin{bmatrix} 1/4 & 1/3 & 1/2 & 1/3 & 1/4 \\ 1/3 & 1/2 & 1 & 1/2 & 1/3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1/3 & -1/2 & -1 & -1/2 & -1/3 \\ -1/4 & -1/3 & -1/2 & -1/3 & -1/4 \end{bmatrix}$$

EJEMPLOS PRÁCTICOS

Operador de Sobel



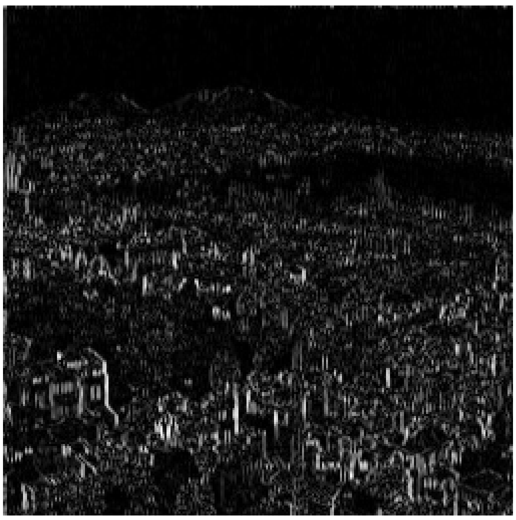
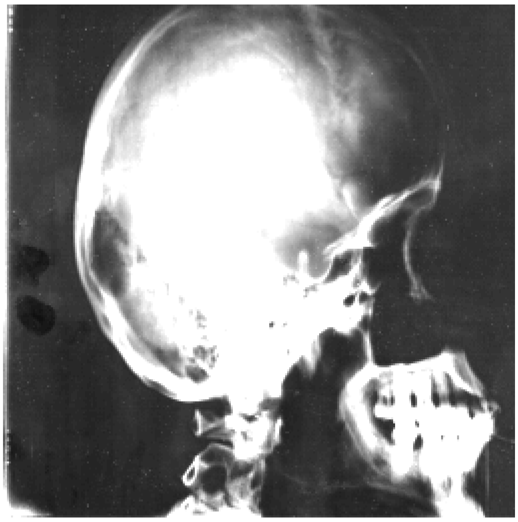
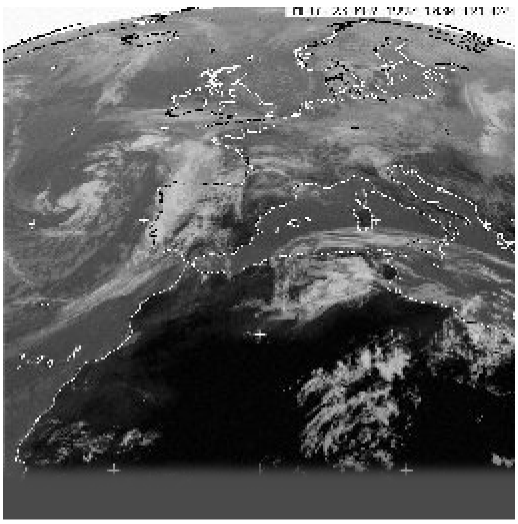


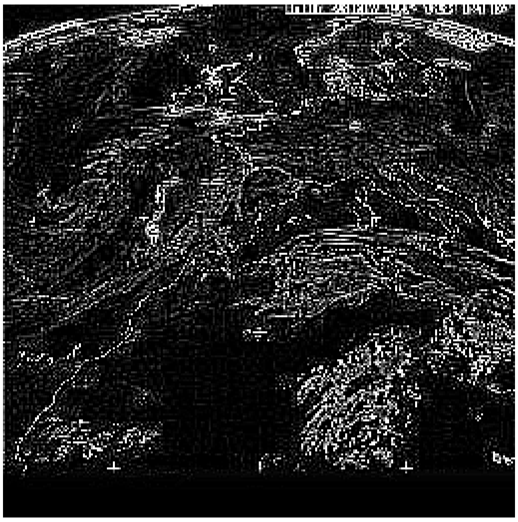
Imagen original　　　　　Operador de Sobel

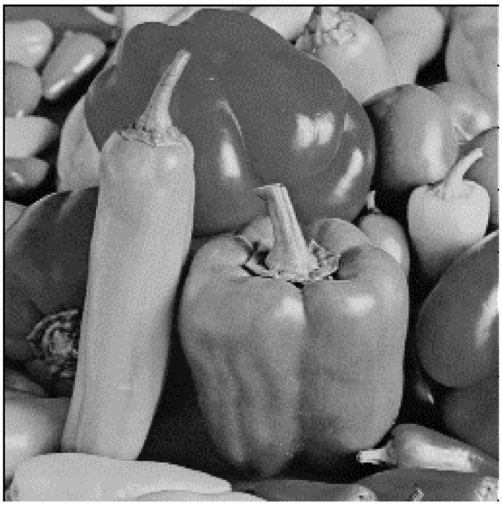
Operador de Sobel

Imagen original　　　　　Operador de Sobel







Los resultados obtenidos con el Operador de Prewitt y la Gradiente 5 x 5, son prácticamente iguales.