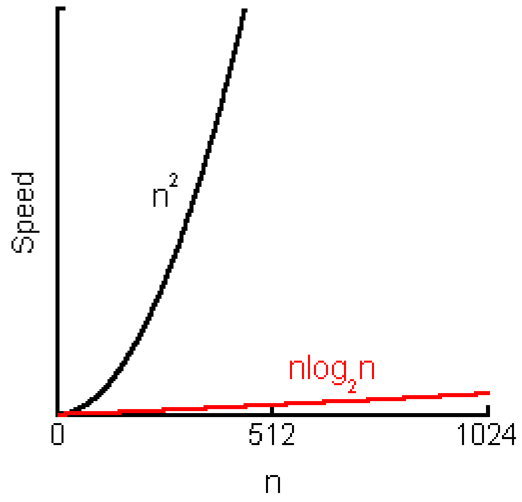
# 1.- INTRODUCCION AL DOMINIO DE LA FRECUENCIA EN EL PROCESADO DE IMÁGENES

## 1.1- INTRODUCCIÓN

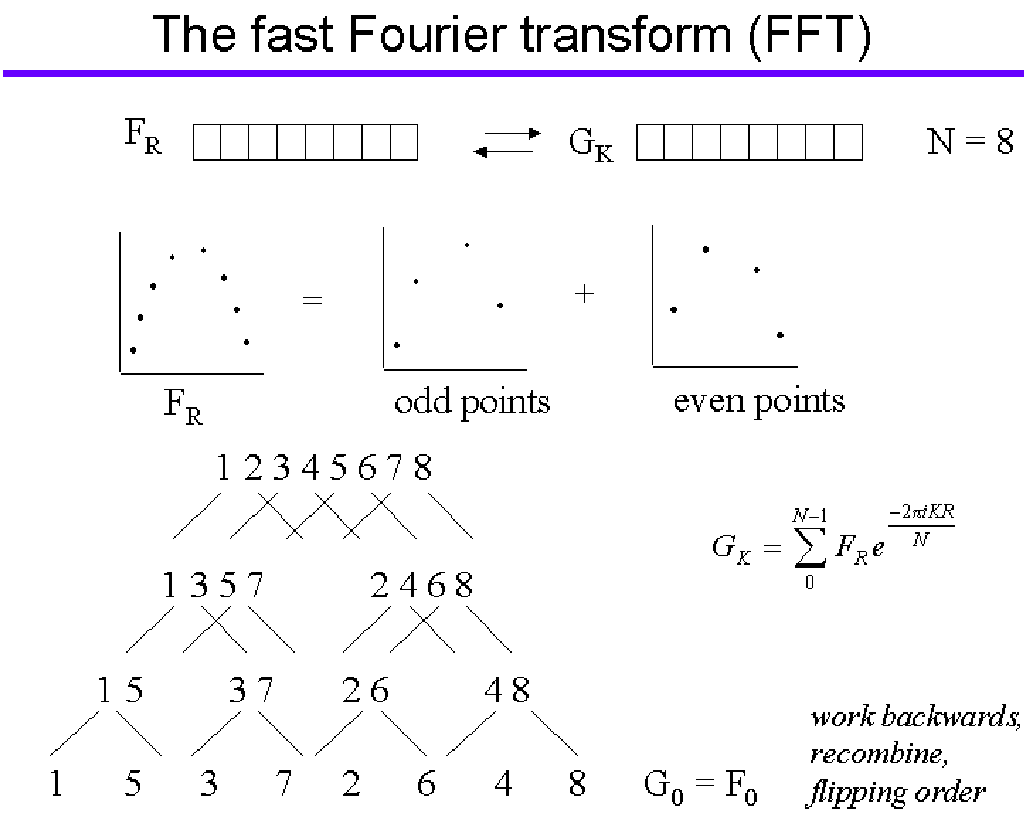
Tanto en el caso continúo como discreto, una extensión directa de las funciones unidimensionales a bidimensionales (o tridimensionales) puede ser hecha sustituyendo *f[m,n]* por *f[m]* y $F(\Omega_1,\Omega_2)$ para $F(\Omega_1)$, y desarrollando la sumatoria o integración sobre dos (o tres) variables en lugar de una. Dado que las dimensiones *m, n, p* son ortogonales, le aplicaremos las dimensiones $\Omega_1,\Omega_2,\Omega_3$, respectivamente. Esto significa que la transformación puede ser desarrollada de manera separada en cada dirección. Para una imagen en dos dimensiones, por ejemplo, sería posible desarrollar una transformación en una dimensión en cada línea horizontal de la imagen, produciendo un resultado intermedio con los valores complejos para cada punto. Entonces una segunda serie de transformadas unidimensionales puede ser desarrollada en cada línea vertical, produciendo finalmente la deseada transformada en dos dimensiones.

La transformada resultante de la imagen original en el dominio de la frecuencia tiene valores complejos en cada pixel. Esto es dificultoso para la visualización. En muchos casos, la visualización se basa únicamente en el valor absoluto, ignorando la fase. Si el cuadrado de la magnitud es usado, nos podríamos referir a la imagen del espectro de potencia, ya que las diferentes frecuencias son representadas a diferentes distancias desde el origen, diferentes direcciones representan diferentes orientaciones en la imagen original, y la potencia en cada localización muestra como mucha de esas frecuencias y orientaciones están presentes en la imagen. La información de la fase, pese a obviarse en muchas ocasiones, también es necesaria aunque raramente se visualiza debido y su dificultad o imposibilidad de interpretarla visualmente. La relación de eficacia entre la transformada de Fourier tradicional y la Transformada Rápida de Fourier se ve en la siguiente tabla:




Donde $n^2$ es el correspondiente a la Transformada de Fourier y $n*\log_2 n$ es la de la FFT.

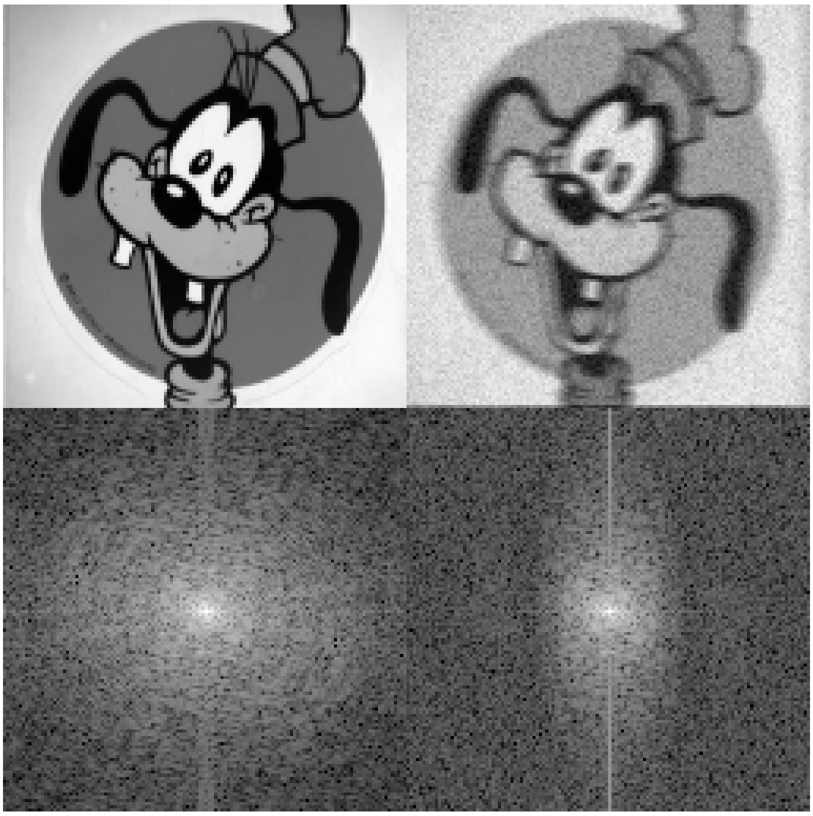
El mecanismo de la FFT es el siguiente:



Las propiedades de la Transformada de Fourier (FT) en una imagen, son las siguientes:

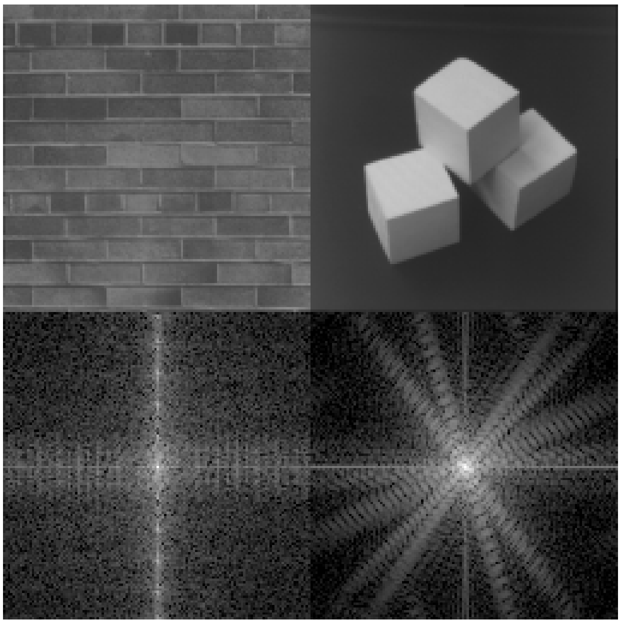
1. Para una imagen *f[m,n]*, la FT $F(\Omega_1,\Omega_2) = F^*(-\Omega_1,-\Omega_2)$
2. El muestreo de una imagen lleva a que su FT sea periódica
3. Aliasing: se requiere muestrear al menos a 2 veces la mayor frecuencia local. Esto afecta más a la fase que a la amplitud por regla general.

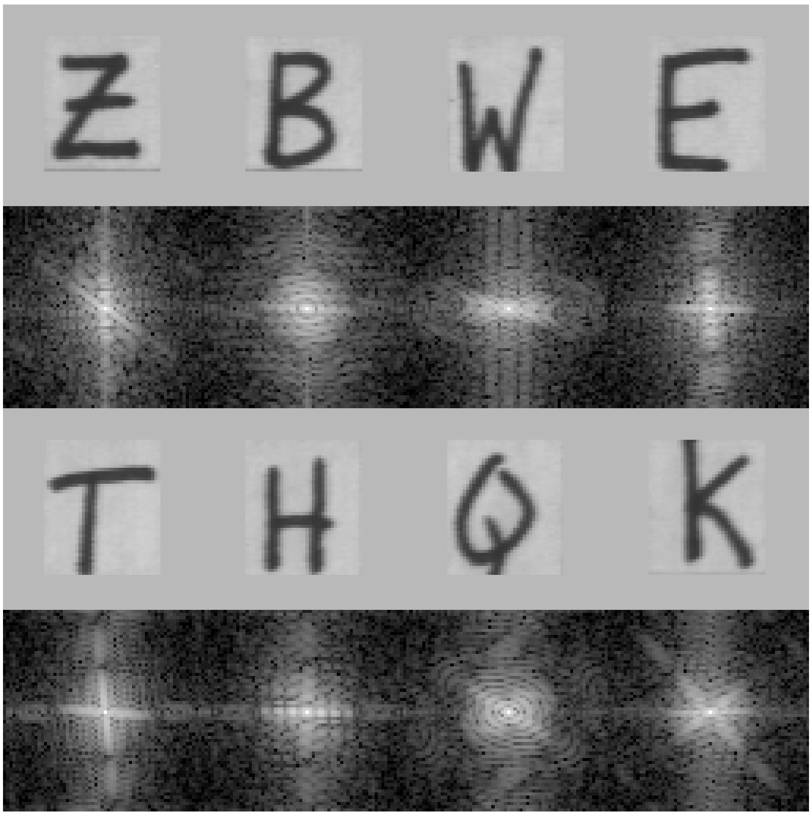
A continuación, vemos unas imágenes con sus transformadas:

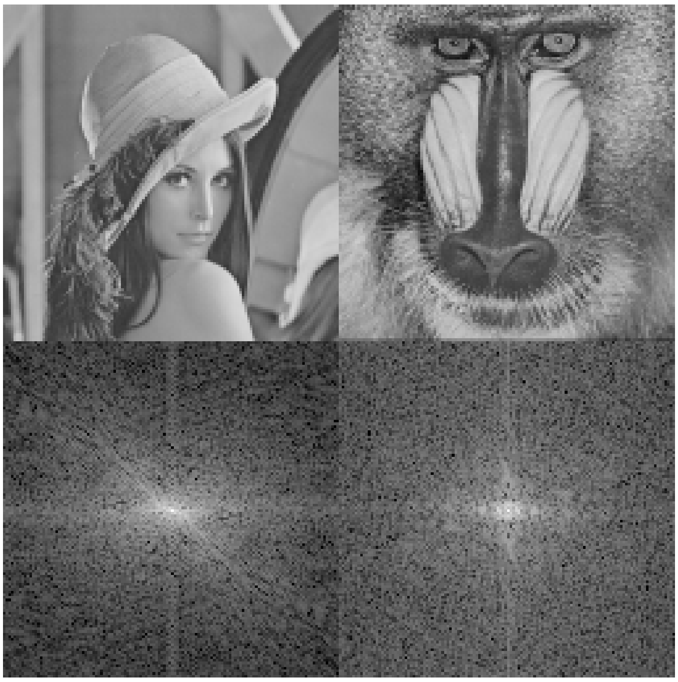


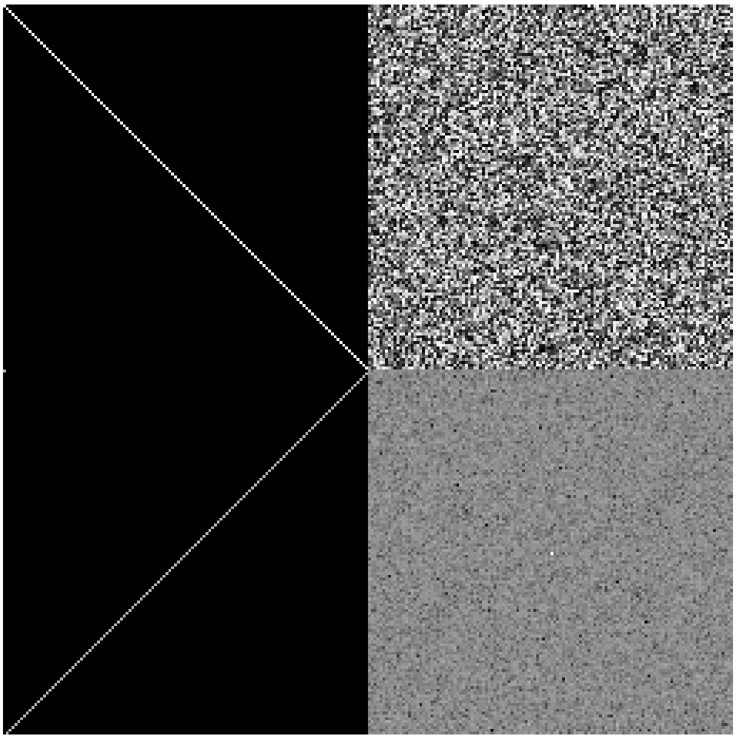
La parte izquierda corresponde a una imagen original y la parte correspondiente a la derecha es una imagen emborronada y con ruido.

Las imágenes originales siguientes tienen por características la gran cantidad de figuras geométricas que contienen.









La primera imagen corresponde a una simple línea y la segunda imagen corresponde a una imagen totalmente aleatoria. Como se ve sus respectivas transformadas guardan una gran similitud.